UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

DESARROLLO DEL MÉTODO DEL CÁLCULO VARIACIONAL EN LA ESTABILIDAD DE TALUDES. CASOS DE ROTURA: PLANA, PARABÓLICA Y CIRCULAR

Incorporación como Miembro Correspondiente Estatal en el Área de las Ciencias Físicas, Matemáticas, Químicas, Naturales, de la Salud y la Tecnología.

DRA. NORLY THAIRIS BELANDRIA RODRÍGUEZ
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

INTRODUCCIÓN

El Cálculo Variacional

Kopácsy, 1961
Chen, 1975
Castillo y Revilla, 1976
Baker y Garber, 1977

Formularon el problema de minimización

Leshchinsky & Huang, 1992
Rojas & Úcar, 2001
Mac-Lennan, 2004
Ucar, 2004

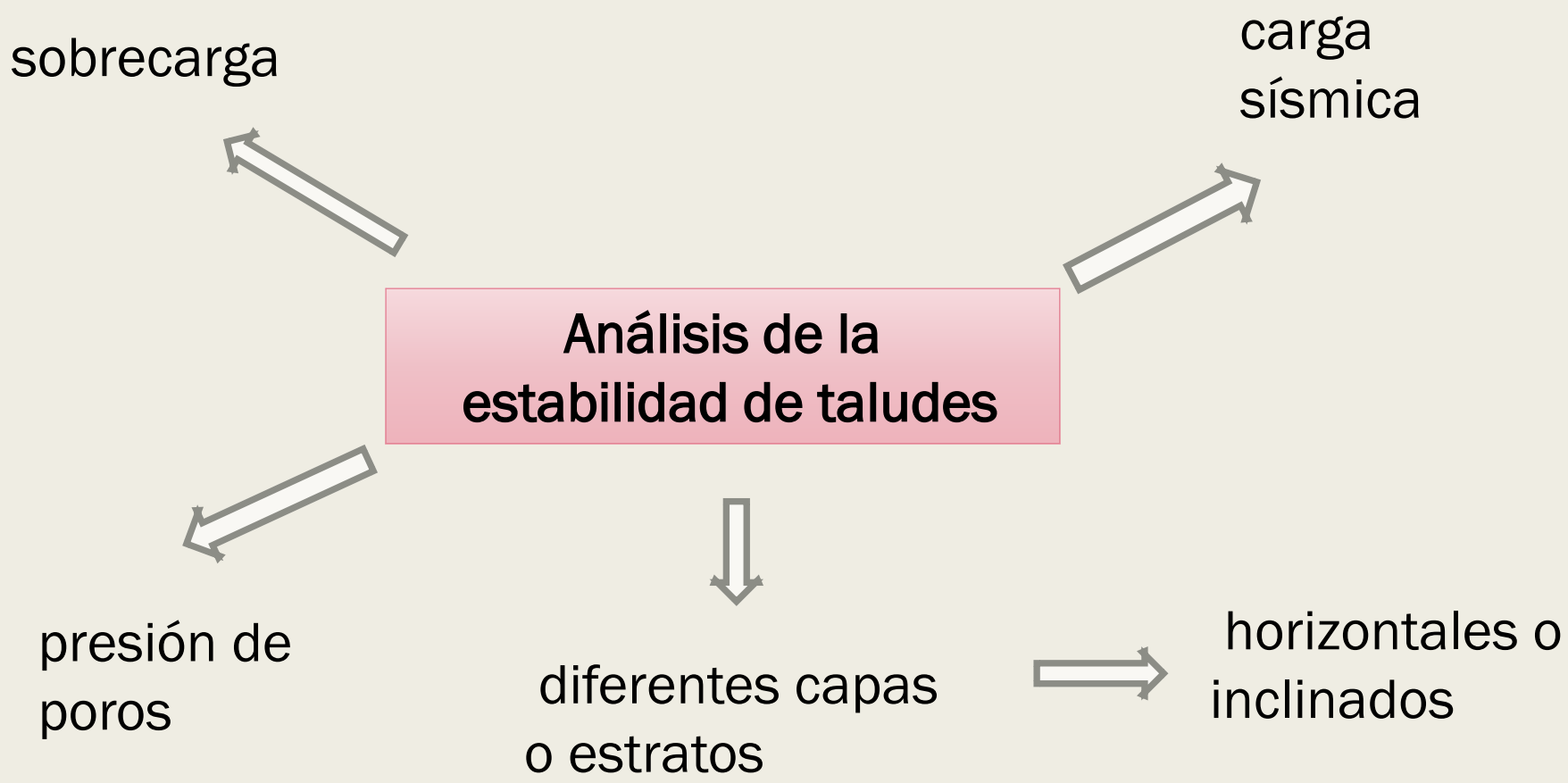
- Obtener solución numérica
- Sistema de ecuaciones no lineales
- Herramientas y técnicas disponibles

INTRODUCCIÓN

La aplicación del Cálculo Variacional

- Multiplicadores de Lagrange
  - ⇩ Funcional G
- Ecuaciones de Euler
  - ⇩ Expresión analítica combinada
    - ⇩
      - ✓Esfuerzos normales
      - ✓Ordenadas de la curva plana de rotura
- Condición de transversalidad
  - ⇩ Puntos móviles en la cresta del talud

INTRODUCCIÓN



INTRODUCCIÓN

La investigación

Métodos Numéricos

Sistemas de ecuaciones no lineales

Técnica cálculo variacional

Estabilidad de taludes

Integrales fuerzas horizontales, verticales , momento

Integración numérica compuesta

Newton – Cotes abiertas

Diferencias finitas divididas hacia adelante y atrás

Programación en Maple

Diferentes números de rebanadas

Comparación EES, MatLab

INTRODUCCIÓN

Estudio

- Curvas planas de roturas conocidas
- Curvas planas de rotura:
  - Plana
  - Parabólica
  - Circular
- Curva más desfavorables

Comparaciones

- Método rotación de ejes
- Programa Slide
- Método gráfico de Duncan
- Método de Castillo y Revilla

INTRODUCCIÓN

Método del Cálculo Variacional confiable

Las curvas planas potenciales de rotura

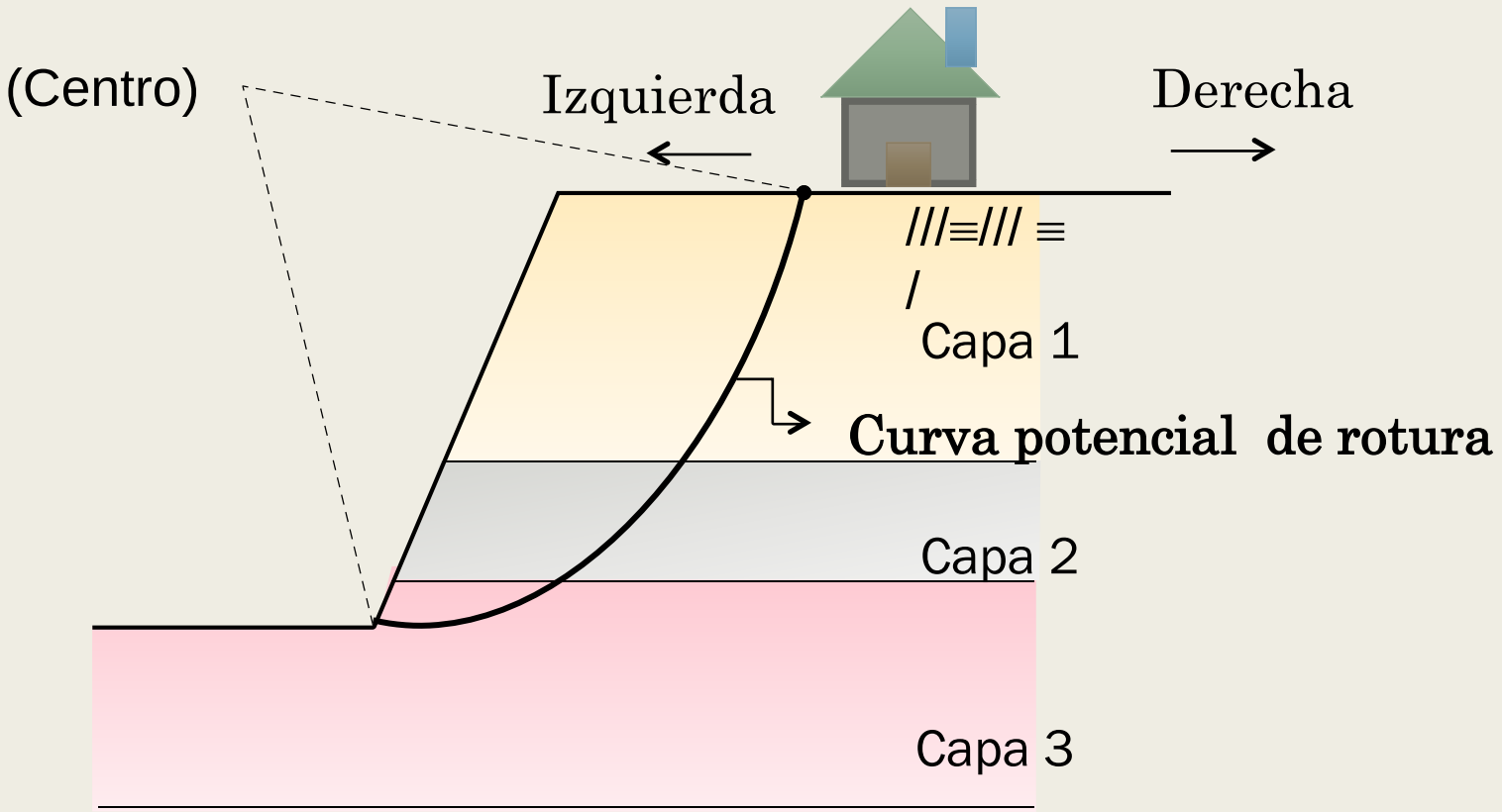
Diseñar un método de estabilización ms adecuado

Primer programa para diferentes números de rebanadas

Se optimiza la cantidad de soporte adecuado sin sobreestimar costos al momento de trabajar con elementos estructurales:

- Anclajes
- El espesor del concreto proyectado

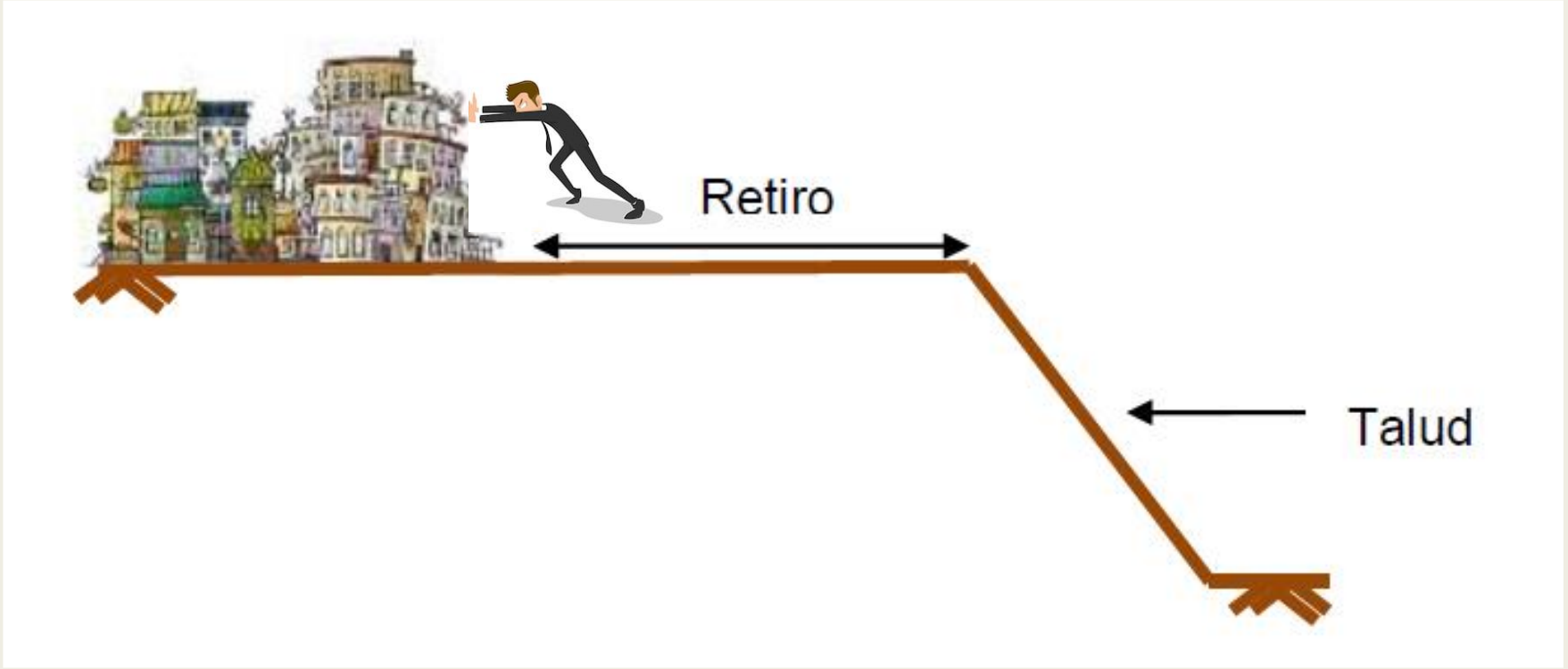
INTRODUCCIÓN



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

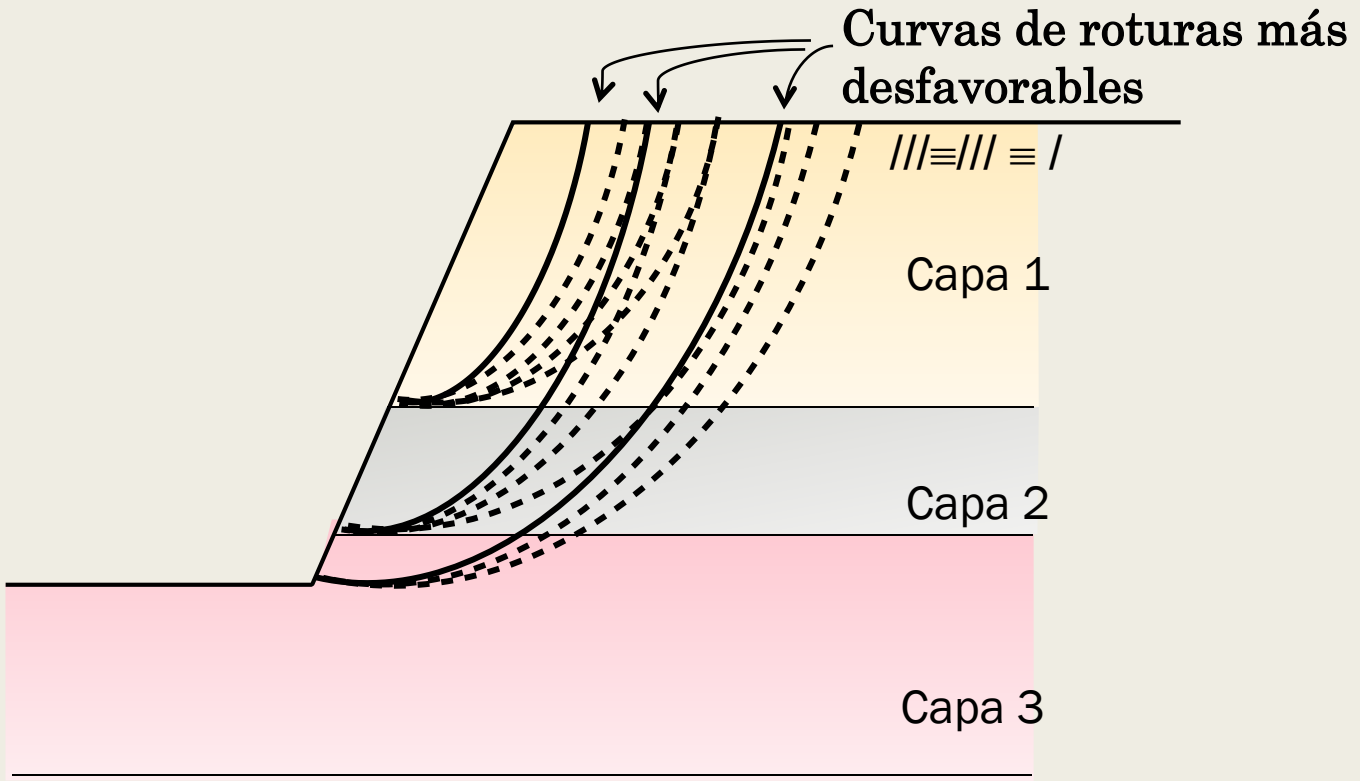
INTRODUCCIÓN



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

INTRODUCCIÓN



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL Y MÉTODOS NUMÉRICOS

Donde:

τ = τ(x) = La tensión tangencial actuando sobre y(x)

σ = σ(x) = La tensión normal actuando sobre y(x)

γ = Peso unitario del suelo o roca

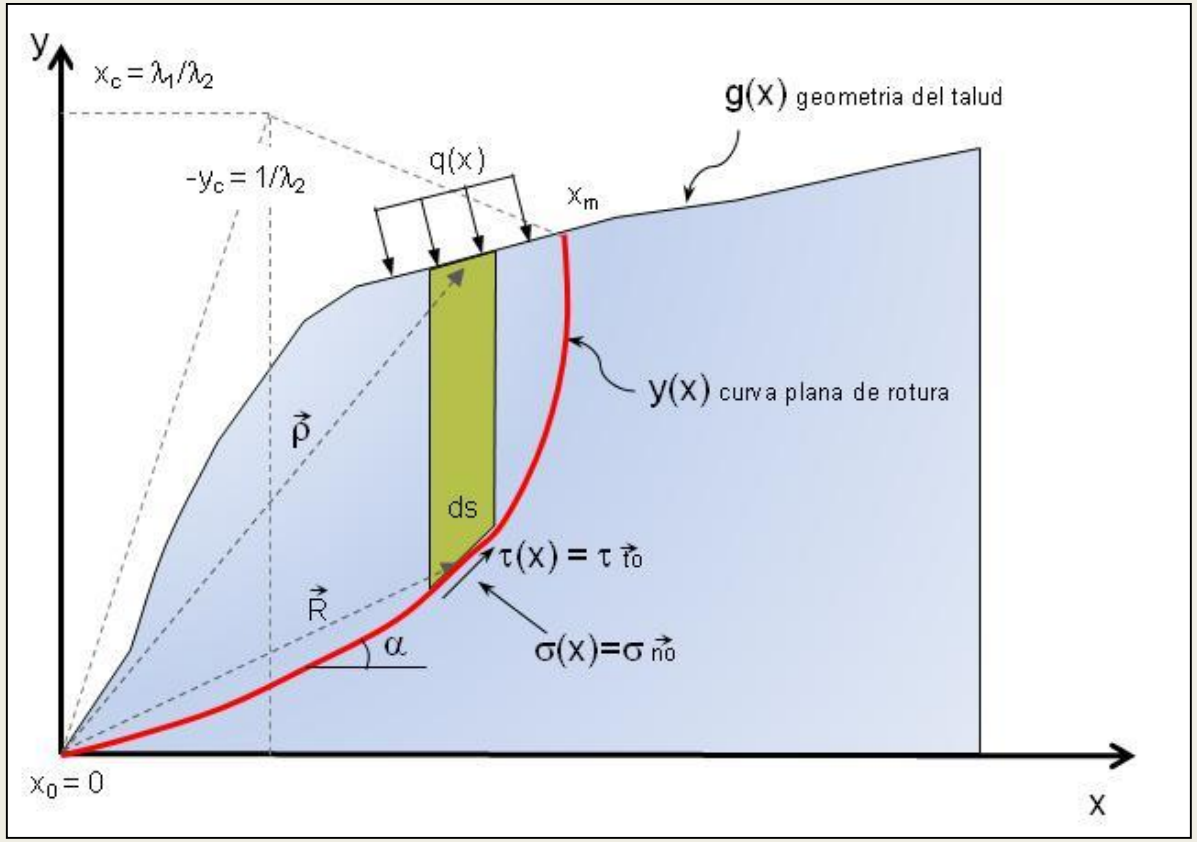
ds = Diferencial de longitud de la curva plana potencial de rotura

K_h = Coeficiente sísmico horizontal

K_v = Coeficiente sísmico vertical

g(x) = Función de la geometria del talud

y(x) = Función de la curva plana de rotura



$$J_1 = \int \left(\tau \vec{t_0} + \sigma \vec{n_0}\right) ds + \int_{X_0}^{X_m} \frac{\vec{q}}{\cos \beta_t} dx - \left(1 + K_v\right) \int_{X_0}^{X_m} \left[g(x) - y(x)\right] \vec{j}\, dx$$

$$-\gamma K_h \int_{X_0}^{X_m} \left[g(x) - y(x)\right] \vec{j}\, dx$$

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL Y MÉTODOS NUMÉRICOS

- La ecuación del factor de seguridad (FS) , considerando el método de equilibrio límite y el criterio de rotura de Morh –Coulomb:

$$\tau = \frac{\left[C + (\sigma - u)\tan\phi\right]}{FS}$$

- Se realiza la sumatoria de Fuerzas Horizontales, Verticales y de Momentos.
- Se aplica el método de integración compuesta de **Newton Cotes**
- Se utilizan las fórmulas por diferencias divididas de la expansión de la **Serie de Taylor.**
- Se consideran **los multiplicadores de Lagrange.**
- Las ecuaciones del **diferencial de Euler.**
- Las ecuaciones de **transversalidad** para el caso de fronteras móviles.

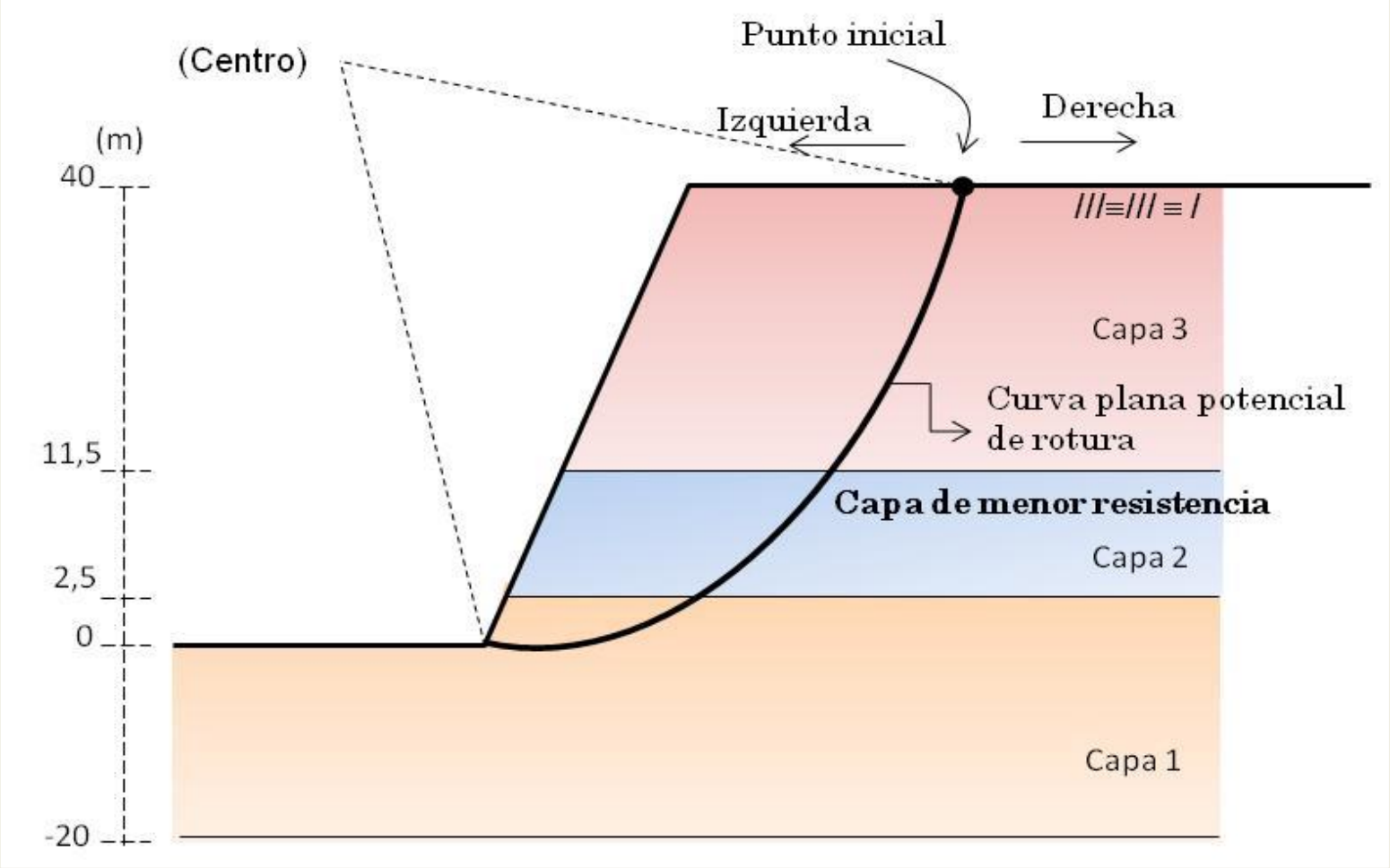
CÁLCULO VARIACIONAL EJEMPLOS

- Con el objeto de apreciar el estrato con la curva plana potencial más desfavorable se ha considerado que la capa intermedia tiene menor resistencia cohesiva y friccionante. Para ello, se utiliza un talud con una altura, H = 40 m y con tres capas cuyas propiedades geomecánicas son las siguientes:
  - ***Capa 1:*** *cohesión C = 200 kN/m^2, ángulo de fricción interna ϕ = 35°, peso unitario γ = 24 kN/m^3*
  - ***Capa 2:*** *cohesión C = 100 kN/m^2, ángulo de fricción interna ϕ = 15°, peso unitario de γ = 24 kN/m^3*
  - ***Capa 3:*** *cohesión C = 190 kN/m^2, ángulo de fricción interna ϕ = 25°, peso unitario de γ = 24 kN/m^3*

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

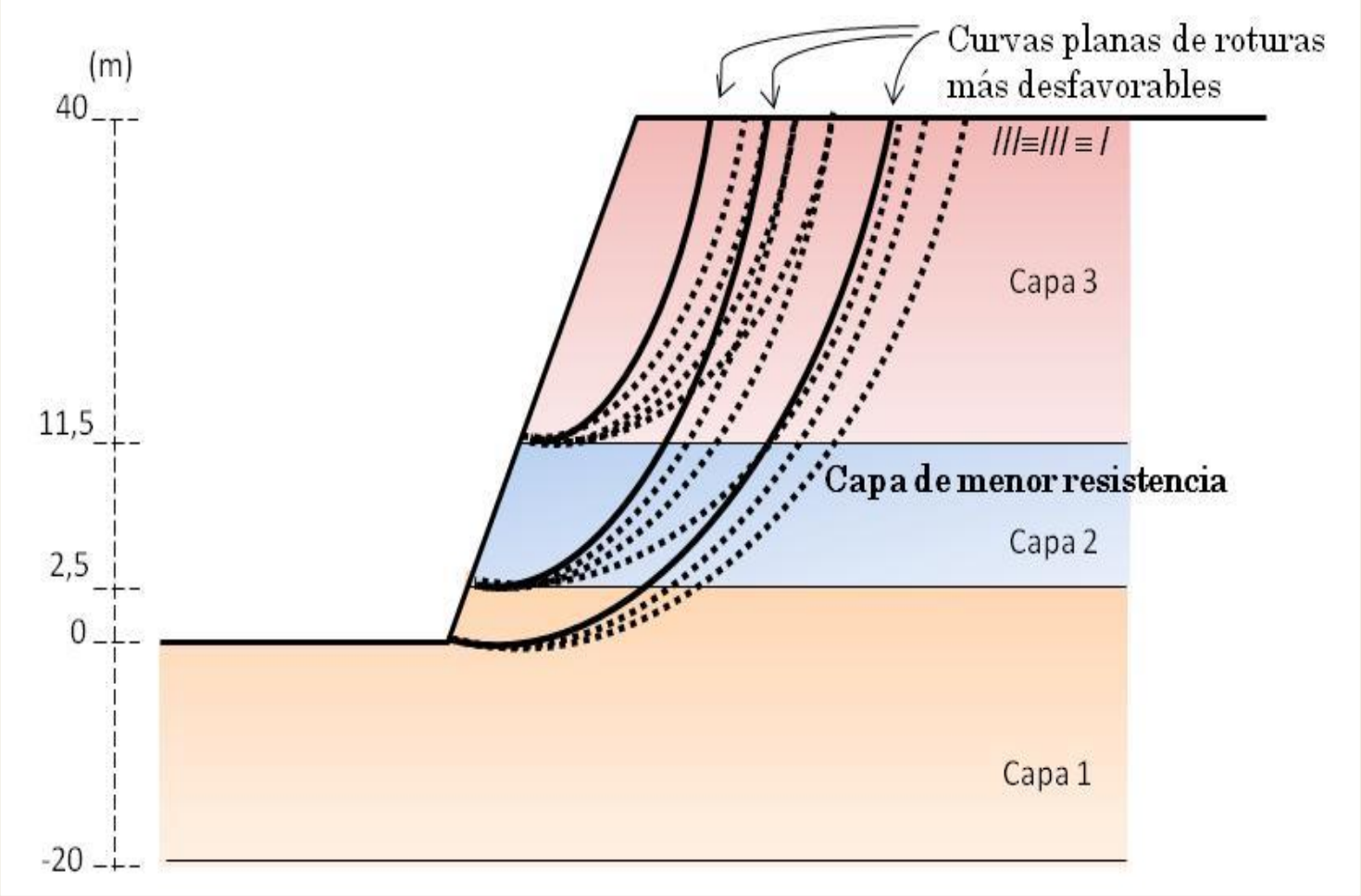
CÁLCULO VARIACIONAL
EJEMPLOS



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

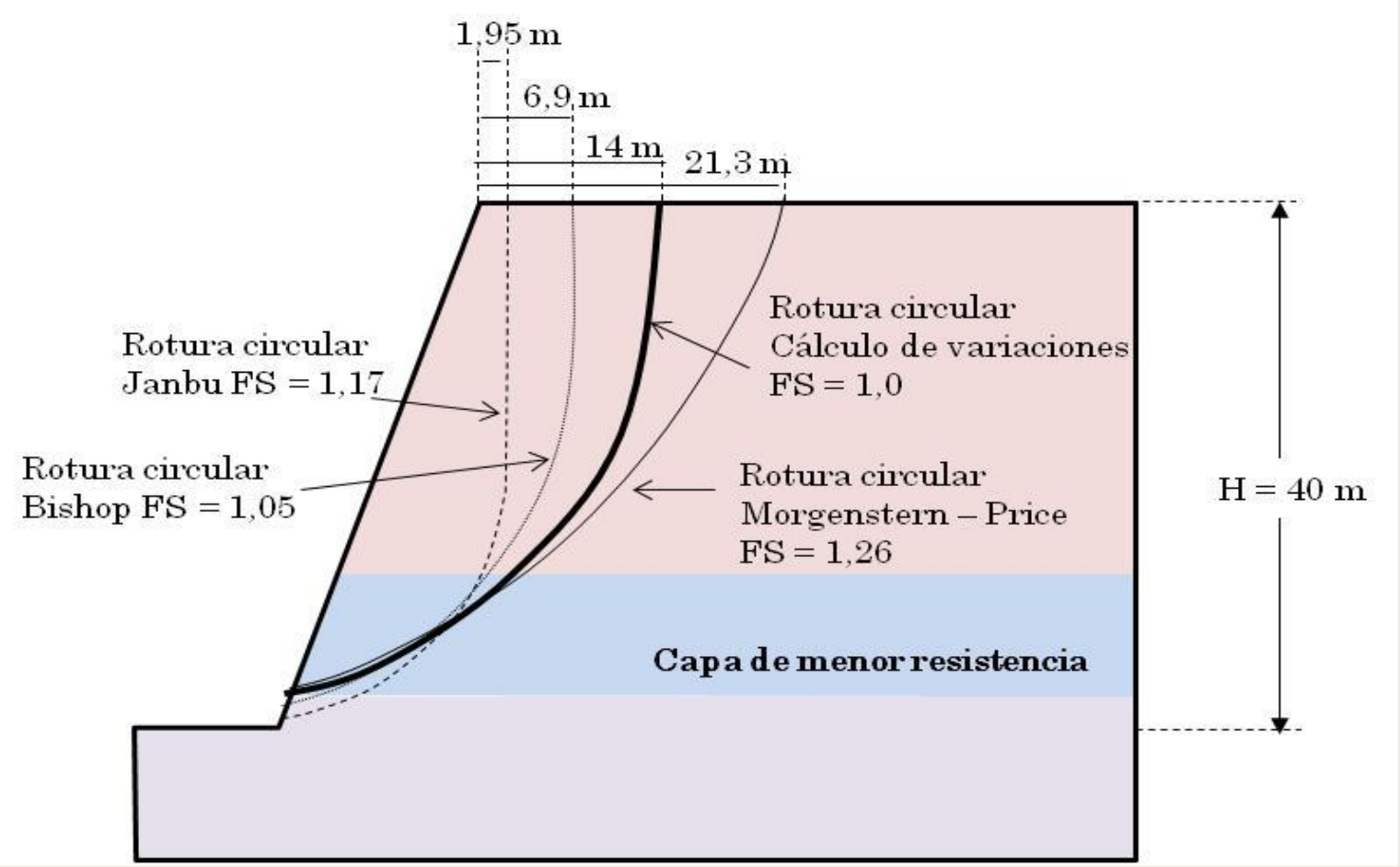
CÁLCULO VARIACIONAL
EJEMPLOS



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL EJEMPLOS

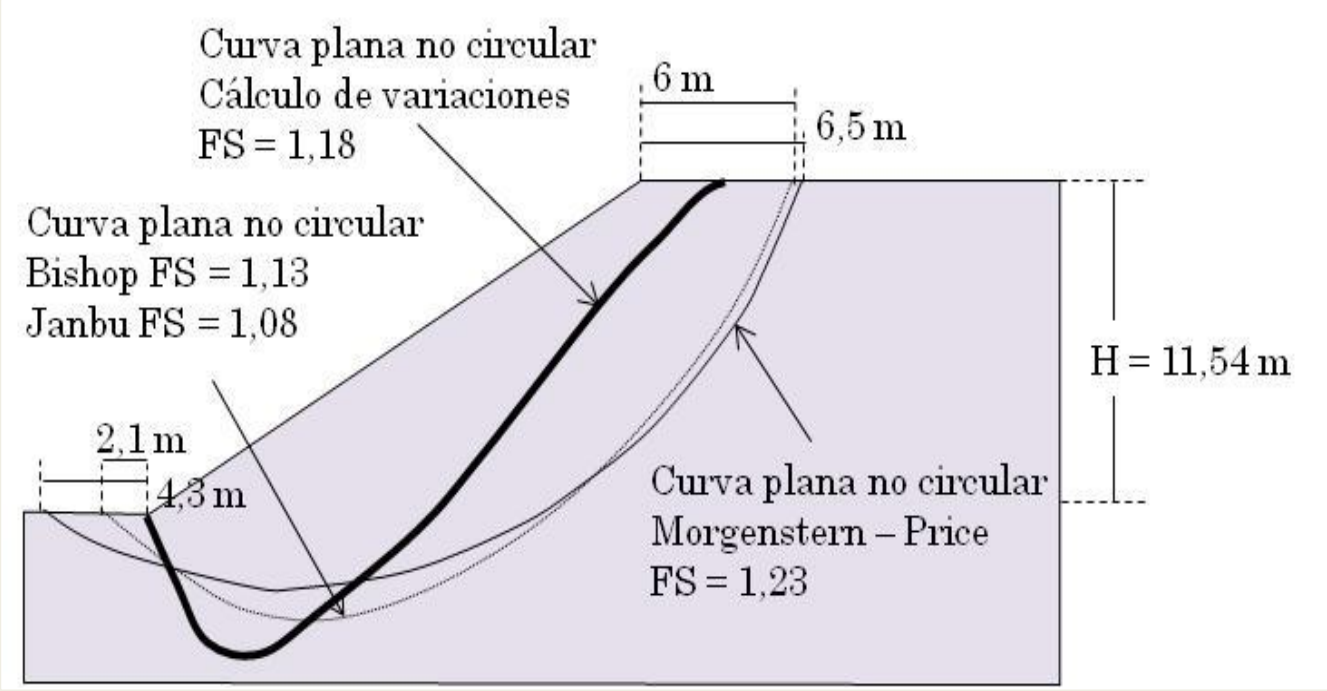


UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL EJEMPLOS

Se desea estudiar las curvas planas más desfavorables que genera las roturas plana, parabólica y circular, del ejemplo propuesto por **Castillo & Revilla, 1976**. Así mismo se pretende determinar la curva plana de rotura no circular en un talud sencillo cuya geometría y propiedades son las siguientes: altura del talud (H) = 11,54 m, ángulo del talud con respecto a la horizontal (β) = 30°, cohesión (C) = 2 t/m^2 , ángulo de fricción interna (ϕ) = 10 °, peso unitario (γ) = 1,7 t/m^3, coeficiente sísmico horizontal y vertical (Kh) = (Kv) = 0, presión de poros (u) = 0 .La masa deslizante se divide en cuatro rebanadas.



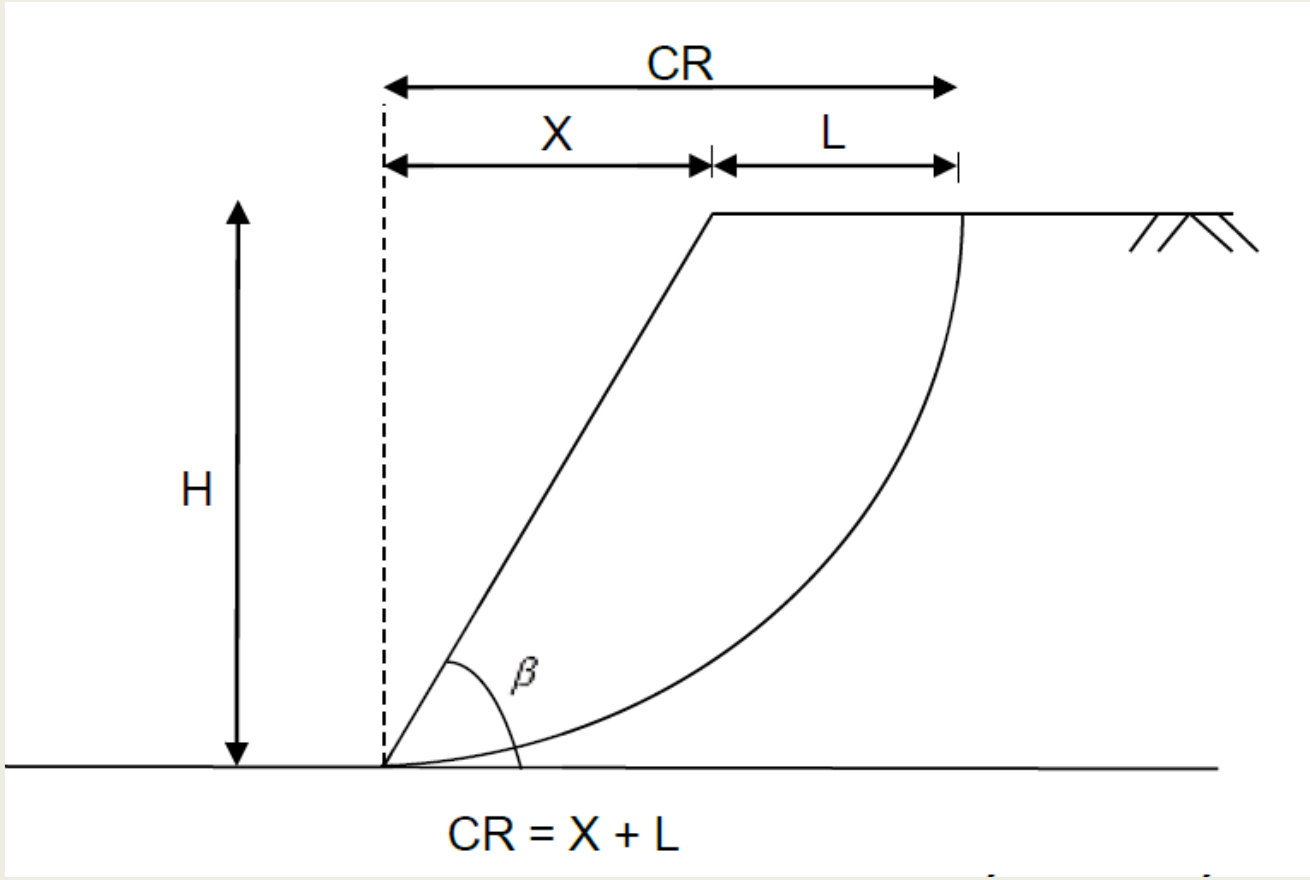
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL TERRAZA DE MÉRIDA

se debe conocer los parámetros como: “Kc” el cual es coeficiente sísmico horizontal de sismo que hace colapsar el talud calculado, obtenido por la teoria de colapso por método de rotura espiral logarítmica y rotura plana.

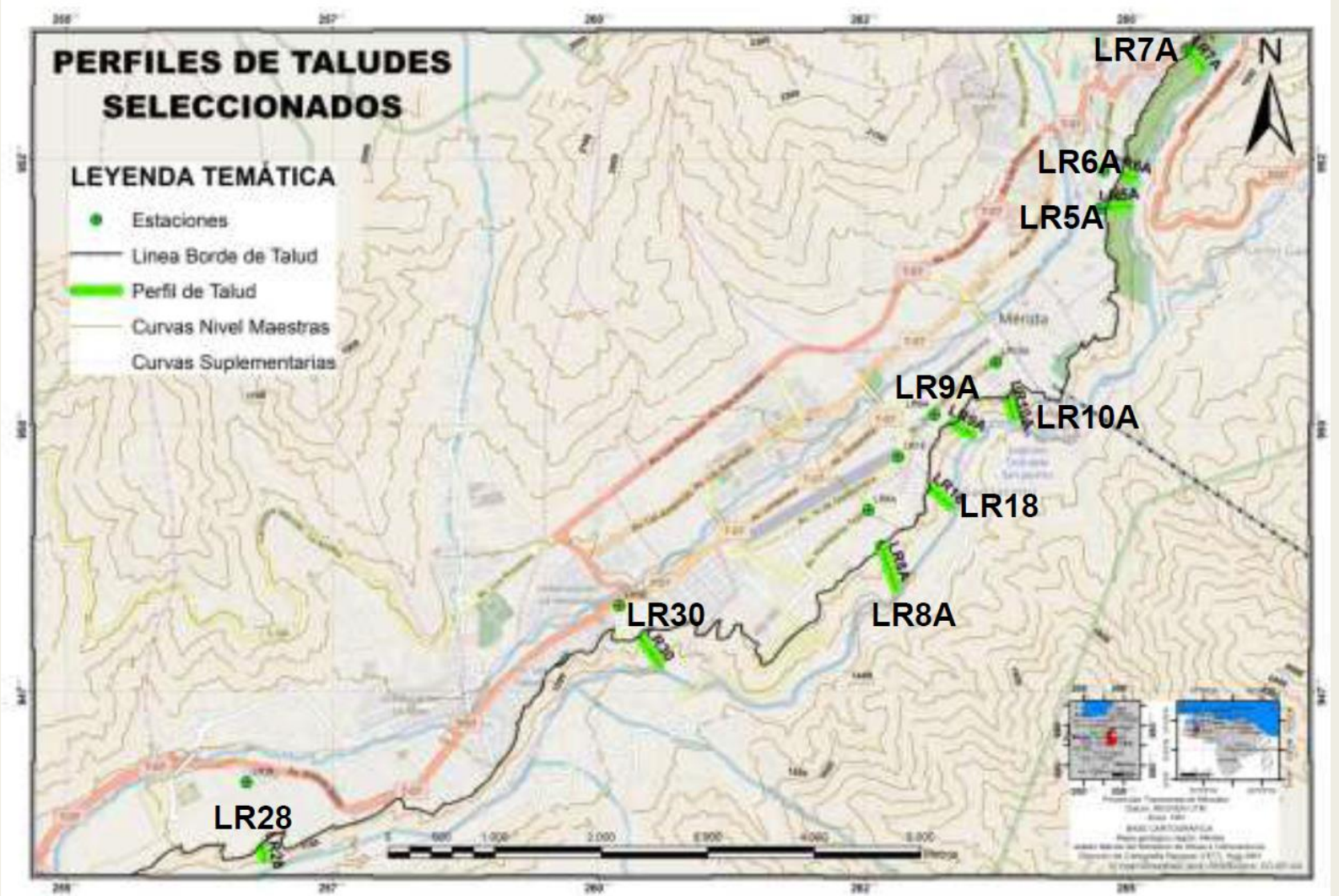
Este método permite encontrar la longitud de retiro en metros, para el menor factor de seguridad posible, aplicando un coeficiente horizontal. Cabe destacar, que el mencionado mínimo factor de seguridad obtenido es practicamente igual a 1 en casi todos los casos porque se está modelando el comportamiento del talud en el estado límite en que fallaría.



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL TERRAZA DE MÉRIDA



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

Academia de Mérida
G - 20006971-6

CÁLCULO VARIACIONAL TERRAZA DE MÉRIDA

Parámetros relacionados con el método de cálculo variacional, rotura plana											
Modelo	H (m)	α (grados)	C (kn/m^2)	ϕ (grados)	γ (kN/m^3)	m	Kc	CR/H (adimensional)	X (m)	L (m)	F.S. (adimensional)
LR5A	45	39	11,86	23,71	16,2	0,81	0	1,29	55,57	2,48	1,09
LR6A	27,2	45	16,00	28,00	16,9	1	0,12	1,21	27,2	5,712	1,00
LR7A	26,3	35	18,87	31,59	17,9	0,7	0,26	1,40	37,56	0	1,15
LR8A	60,1	35	70,24	36,00	21,1	0,7	0,46	1,66	85,83	13,93	0,98
LR9A	62	58	18,51	33,32	17,8	1,6	0	0,54	38,74	0	0,75
LR10A	15,4	36	7,00	36,00	20,0	0,73	0,30	1,58	21,2	3,136	0,99
LR18	70,1	52	59,31	36,23	20,7	1,28	0,18	0,9	54,77	8,322	0,98
LR28	4,9	51	9	24	17,4	1,23	0,31	0,86	3,968	0,246	1,02
LR30	39,5	35	19,93	33,59	17,4	0,7	0,31	1,56	56,41	5,208	0,99

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
MERIDA-VENEZUELA

CONCLUSIONES

Academia de Mérida
G - 20006971-6

- La técnica del cálculo variacional es un método muy versátil, cumple con las condiciones de equilibrio, permite determinar la forma de la curva y(x) y las tensiones normales $\sigma(x)$, no se requieren de suposiciones, también tiene en cuenta la presión de poros, el efecto sísmico y diferentes estratos, los cuales generan un sistema de ecuaciones no lineales.
- Con la ayuda de los métodos numéricos se obtiene la solución a las integrales y al sistema de ecuaciones no lineales. Además, puede ser utilizado para geometrías donde el talud sea vertical o irregular (cualquier forma).
- Puede ser aplicado a problemas prácticos de la ingeniería como lo es la determinación de la curva mas desfavorable y a retiros de obras civiles.